

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ



وزارت علوم، تحقیقات و فناوری
دانشگاه تربیت مدرس

مدل‌ها و کاربردهای بهینه‌سازی غیرخطی

Nonlinear Optimization Models and Applications.

ویلیام پی. فاکس

مه‌دا نصراله‌زاده

(استادیار گروه مهندسی برق)

محمد رضا قریب

(دانشیار گروه مهندسی مکانیک)

Fox, William P., 1949-

فاکس، ویلیام پی.، ۱۹۴۹ - م.

سرشناسه

عنوان و نام پدیدآور : مدل‌ها و کاربردهای بهینه‌سازی غیرخطی / ویلیام پی. فاکس؛ مترجمین مه‌دا نصراله‌زاده، محمدرضا قریب.

مشخصات نشر : تربت حیدریه: دانشگاه تربت حیدریه، انتشارات، ۱۴۰۳.

مشخصات ظاهری : ج، ۵۶۲ ص.: جدول.

شابک : 978-600-8335-43-6

وضعیت فهرست نویسی : فیبا

یادداشت : عنوان اصلی: **Nonlinear Optimization Models and Applications.**

موضوع : برنامه‌ریزی غیرخطی

Nonlinear programming

بهینه‌سازی ریاضی

Mathematical optimization

تصمیم‌گیری -- الگوهای ریاضی

Decision making -- Mathematical models

شناسه افزوده : نصراله‌زاده، مه‌دا، ۱۳۶۲-، مترجم

شناسه افزوده : قریب، محمدرضا، ۱۳۶۰-، مترجم

شناسه افزوده : دانشگاه تربت حیدریه. انتشارات

رده بندی کنگره : ۴م ف/ ۵۷۸ T

رده بندی دیویی : ۵۱۹ /۷۶

شماره کتابشناسی ملی : ۹۸۶۰۹۳۴

این اثر مشمول قانون حمایت از مولفان و مصنفان و هنرمندان است. هرکس تمام یا قسمتی از این اثر را بدون اجازه ناشر، نشر، پخش یا عرضه کند مورد پیگرد قانونی قرار خواهد گرفت.



مدل‌ها و کاربردهای بهینه‌سازی غیرخطی

نویسنده: ویلیام پی. فاکس

مترجمان: مه‌دا نصراله‌زاده، محمدرضا قریب

چاپ اول

۱۴۰۳

بها: ۵۰۰۰۰۰ تومان

نشانی ناشر: تربت حیدریه، کیلومتر ۷ جاده مشهد، دانشگاه دولتی تربت حیدریه

فهرست مطالب

مقدمه مترجم	۱
فصل اول: مقدمه‌ای بر مدل‌های بهینه‌سازی	۱
۱-۱- مقدمه	۱
۱-۱-۱- تاریخچه	۳
۱-۱-۲- کاربردهای بهینه‌سازی	۴
۱-۱-۳- مدل‌سازی	۵
۲-۱- طبقه‌بندی مسائل بهینه‌سازی	۷
۳-۱- بررسی برنامه نویسی ریاضی با فناوری اکسل	۱۴
۱-۳-۱- اکسل با استفاده از حل‌کننده	۱۷
۲-۳-۱- مثال‌هایی برای بهینه‌سازی عدد صحیح، عدد صحیح مختلط و غیرخطی	۳۱
۴-۱- تمرینات	۴۰
۵-۱- بررسی روش Simplex در اکسل با استفاده از Simplex اصلاح شده	۴۱
۱-۵-۱- مراحل روش سیمپلکس	۴۶
مراجع و پیشنهادات برای مطالعه بیشتر	۵۳
فصل دوم: بررسی حساب دیفرانسیل	۵۵
۱-۲- حدها	۵۵
۲-۲- پیوستگی	۶۰

۶۲.....	۳-۲- مشتق گیری
۶۵.....	۳-۲-۱- توابع افزایش و کاهش
۶۵.....	۳-۲-۲- مشتقات مرتبه بالاتر.....
۶۶.....	۳-۲-۴- توابع محدب و مقعر.....
۷۲.....	تمرینات
۷۳.....	مراجع و پیشنهادات برای مطالعه بیشتر.....
۷۵.....	فصل سوم: بهینه سازی بدون محدودیت تک متغیره
۷۵.....	۳-۱- مقدمه
۷۶.....	۳-۲- بهینه سازی تک متغیره و نظریه پایه
۸۰.....	۳-۳- کاربردهای اساسی نظریه ماکسمین
۸۵.....	تمرینات
۸۷.....	۳-۴- مدل های بهینه سازی تک متغیره کاربردی
۹۷.....	تمرینات
۱۰۱.....	پروژه ها
۱۰۳.....	مراجع و پیشنهادات برای مطالعه بیشتر
۱۰۵.....	فصل چهارم: تکنیک های جستجوی عددی در بهینه سازی تک متغیره
۱۰۵.....	۴-۱- تکنیک های تک متغیره.....
۱۰۸.....	۴-۱-۱- جستجوی نامحدود.....

- ۱۰۹..... ۲-۱-۴- جستجوی جامع
- ۱۱۰..... ۳-۱-۴- جستجوی دوگانه
- ۱۱۲..... ۴-۱-۴- جستجوی نسبت طلایی
- ۱۱۴..... ۵-۱-۴- یافتن حداکثر یک تابع در یک بازه با نسبت طلایی
- ۱۱۶..... ۶-۱-۴- جستجوی نسبت طلایی با فناوری
- ۱۱۶..... ۱-۶-۱-۴- جستجوی طلایی اکسل
- ۱۱۸..... ۲-۶-۱-۴- جستجوی طلایی میل
- ۱۲۰..... ۳-۶-۱-۴- جستجوی طلایی متلب
- ۱۲۵..... ۷-۱-۴- مثال‌های برجسته با فناوری
- ۱۲۸..... ۸-۱-۴- جستجوی فیوناچی
- ۱۲۹..... ۱-۸-۱-۴- یافتن حداکثر یک تابع در یک بازه با روش فیوناچی
- ۱۳۳..... ۲-۴- درونیابی با مشتقات: روش نیوتن
- ۱۳۳..... ۱-۲-۴- یافتن نقاط بحرانی (ریشه) یک تابع
- ۱۳۴..... ۲-۲-۴- کاربرد پایه
- ۱۳۶..... ۳-۲-۴- روش نیوتن برای یافتن نقاط بحرانی با فناوری
- ۱۳۷..... ۴-۲-۴- اکسل: روش نیوتن
- ۱۳۷..... ۵-۲-۴- میل: روش نیوتن
- ۱۳۹..... ۶-۲-۴- روش نیوتن برای نقاط بحرانی با متلب

۱۴۱.....	۷-۲-۴- روش دوبخشی با مشتقات
۱۴۴.....	تمرینات
۱۴۵.....	پروژه‌ها
۱۴۶.....	مراجع و پیشنهادات برای مطالعه بیشتر
۱۴۷.....	فصل پنجم: بررسی حساب دیفرانسیل چند متغیره
۱۴۷.....	۱-۵- مقدمه: نظریه پایه و مشتق گیری جزئی
۱۵۵.....	۲-۵- مشتقات جهت دار و گرادیان
۱۶۱.....	تمرینات
۱۶۲.....	مراجع و پیشنهادات برای مطالعه بیشتر
	فصل ششم: مدل‌هایی با استفاده از بهینه‌سازی نامحدود: بیشینه‌سازی و کمینه‌سازی با چندین
۱۶۳.....	متغیر
۱۶۳.....	۱-۶- مقدمه
۱۶۶.....	۲-۶- ماتریس هسین
۱۸۱.....	۳-۶- بهینه‌سازی بدون محدودیت
۱۹۲.....	تمرینات
۱۹۶.....	۴-۶- مقادیر ویژه
۱۹۸.....	تمرینات
۱۹۹.....	مراجع و پیشنهادات برای مطالعه بیشتر

۲۰۱.....	فصل هفتم: تکنیک‌های جستجوی بهینه‌سازی چند متغیره دیفرانسیل
۲۰۱.....	۱-۷- مقدمه
۲۰۲.....	۲-۷- روش‌های جستجوی گرادیان
۲۱۳.....	۳-۷- نمونه‌هایی از جستجوی گرادیان
۲۲۲.....	۴-۷- روش نیوتن اصلاح شده
۲۲۸.....	۱-۴-۷- نیوتن اصلاح شده با فناوری
۲۳۴.....	تمرینات
۲۳۴.....	۵-۷- مقایسه روش‌ها
	۱-۵-۷- کد میپل برای شیب‌دارترین روش صعود (به فاکس و ریچاردسون مراجعه کنید)
۲۳۴.....	
۲۳۸.....	۲-۵-۷- روش نیوتن برای بهینه‌سازی در میپل
۲۴۰.....	تمرینات
۲۴۲.....	پروژه‌های فصل هفتم
۲۴۳.....	مراجع و پیشنهادات برای مطالعه بیشتر
۲۴۵.....	فصل هشتم: بهینه‌سازی با محدودیت‌های مساوی
۲۴۵.....	۱-۸- مقدمه
۲۴۶.....	۲-۸- روش قیود مساوی ضرایب لاگرانژ
۲۴۶.....	۳-۸- مقدمه و نظریه پایه

۲۴۹.....	۴-۸- تفسیر گرافیکی ضرایب لاگراژ
۲۵۲.....	۵-۸- روش محاسباتی ضرایب لاگراژ
۲۶۷.....	۶-۸- برنامه‌های کاربردی با ضرایب‌های لاگراژ
۲۷۴.....	تمرینات
۲۷۶.....	پروژه‌ها
۲۷۸.....	مراجع و پیشنهادات برای مطالعه بیشتر
۲۷۹.....	فصل نهم: محدودیت‌های نامساوی: شرایط لازم/کافی کوهن تاکر (KTC)
۲۷۹.....	۱-۹- مقدمه‌ای بر KTC
۲۸۰.....	۲-۹- نظریه پایه بهینه‌سازی محدود
۲۸۱.....	۱-۲-۹- شرایط لازم و کافی
۲۸۵.....	۳-۹- تفسیر هندسی KTC
۲۸۵.....	۱-۳-۹- مخروط‌های پوشا (اختیاری)
۲۹۰.....	۴-۹- محاسباتی KTC با میل
۳۱۲.....	۵-۹- مدل‌سازی و کاربرد با KTC
۳۲۲.....	تمرینات
۳۲۵.....	پروژه
۳۲۵.....	تولید
۳۲۸.....	مراجع و پیشنهادات برای مطالعه بیشتر

فصل دهم: روش های تخصصی بهینه سازی غیر خطی ۳۲۹

۱-۱۰- مقدمه ۳۲۹

۱-۱-۱۰- روش های عددی و اکتشافی ۳۲۹

۱-۱-۲- فناوری ۳۳۳

۱-۲- روش جهت گیری های امکان پذیر ۳۳۴

تمرینات ۳۴۱

۱-۳- برنامه نویسی درجه دوم ۳۴۲

تمرینات ۳۵۲

۱-۴- برنامه نویسی قابل تفکیک ۳۵۲

۱-۴-۱- مفروضات مجاورت ۳۵۳

۱-۴-۲- ویژگی خطی سازی ۳۵۴

تمرینات ۳۶۸

مراجع و پیشنهادات برای مطالعه بیشتر ۳۶۹

فصل یازدهم: برنامه نویسی پویا ۳۷۱

۱-۱۱- مقدمه: مفاهیم پایه و نظریه ۳۷۱

۱-۱-۱۱- ویژگی های برنامه نویسی پویا ۳۷۴

۱-۱-۲- کار معکوس ۳۷۵

۱-۲- DP پیوسته ۳۷۵

۳۷۹.....	۱۱-۳- مدل سازی و کاربردهای DP پیوسته
۳۸۲.....	تمرینات
۳۸۲.....	۱۱-۴- مدل های برنامه نویسی پویا گسسته
۳۸۹.....	۱۱-۵- مدل سازی و کاربردهای DP گسسته
۳۹۸.....	تمرینات
۴۰۰.....	مراجع و پیشنهادات برای مطالعه بیشتر
	فصل دوازدهم: تجزیه و تحلیل داده‌ها با مدل‌های رگرسیون، مدل‌های رگرسیون پیشرفته و یادگیری
۴۰۱.....	ماشین از طریق بهینه‌سازی
۴۰۱.....	۱۲-۱- مقدمه و یادگیری ماشینی
۴۰۲.....	۱۲-۱-۱- یادگیری ماشینی
۴۰۴.....	۱۲-۱-۱-۱- پاکسازی و تجزیه داده‌ها
۴۰۵.....	۱۲-۱-۱-۲- مهندسی
۴۰۵.....	۱۲-۱-۱-۳- برازش مدل
۴۰۶.....	۱۲-۲- معیار برازش منحنی متفاوت
۴۰۷.....	۱۲-۲-۱- برازش معیار ۱: حداقل مربعات
۴۰۸.....	۱۲-۲-۲- برازش معیار ۲: به حداقل رساندن مجموع انحرافات مطلق
۴۱۰.....	۱۲-۲-۳- برازش معیار ۳: معیار چیشف یا به حداقل رساندن بزرگترین خطا
۴۱۲.....	تمرینات

- ۳-۱۲- مقدمه‌های بر رگرسیون خطی و چند جمله‌ای ساده ۴۱۳
- ۱-۳-۱۲- اکسل ۴۱۵
- ۲-۳-۱۲- رگرسیون در میبل ۴۱۶
- ۳-۳-۱۲- متلب ۴۱۸
- تمرینات ۴۲۰
- ۴-۱۲- تشخیص در رگرسیون ۴۲۰
- ۱-۴-۱۲- مثالی برای آزمون عقل سلیم ۴۲۵
- ۱-۱-۴-۱۲- مثال فروپاشی نمایی ۴۲۵
- ۲-۴-۱۲- رگرسیون خطی چند گانه ۴۲۸
- تمرینات ۴۲۹
- ۵-۱۲- رگرسیون غیرخطی از طریق بهینه‌سازی ۴۲۹
- ۱-۵-۱۲- رگرسیون نمایی ۴۳۱
- ۱-۱-۵-۱۲- الگوریتم نیوتن-رافسون ۴۳۱
- ۲-۵-۱۲- رگرسیون سینوسی با استفاده از بهینه‌سازی ۴۴۶
- ۳-۵-۱۲- مثال‌های گویا ۴۵۳
- ۱-۳-۵-۱۲- رگرسیون غیرخطی (واپاشی نمایی) ۴۵۳
- تمرینات ۴۶۵
- ۶-۱۲- مدل‌های لجستیک یک پیش‌بینی و رگرسیون پواسون یک پیش‌بینی ۴۶۶

- ۴۶۶..... ۱۲-۶-۱- رگرسیون لجستیک و رگرسیون پواسون با فناوری
- ۴۶۶..... ۱۲-۶-۱-۱- رگرسیون لجستیک با فناوری
- ۴۸۰..... ۱۲-۶-۱-۲- رگرسیون ساده پواسون با فناوری
- ۴۸۱..... ۱۲-۶-۱-۲-۱- متلب
- ۴۸۳..... ۱۲-۶-۱-۲-۲- میپل
- ۴۸۵..... ۱۲-۶-۱-۲-۲-۱- اکسل
- ۴۸۸..... ۱۲-۶-۲- مثال‌های روشنگر و شفاف از رگرسیون لجستیک
- ۴۹۲..... ۱۲-۶-۳- بحث رگرسیون پواسون و مثال‌ها
- ۴۹۳..... ۱۲-۶-۳-۱- فرض نرمال بودن گم شده
- ۴۹۴..... ۱۲-۶-۳-۱- مفروضات در رگرسیون پواسون
- ۵۰۰..... ۱۲-۶-۳-۲- برآورد ضرایب رگرسیون
- ۵۰۱..... ۱۲-۶-۴- مثال‌های رگرسیون پواسون گویا
- ۵۰۱..... ۱۲-۶-۴-۱- میپل
- ۵۱۷..... تمرینات
- ۵۲۲..... پروژه‌ها
- ۵۲۳..... ۱۲-۷- نتیجه‌گیری و خلاصه
- ۵۲۴..... مراجع و پیشنهادات برای مطالعه بیشتر
- ۵۲۷..... پاسخ به مسائل منتخب

مقدمه مترجم

کتاب ترجمه شده نیاز حیاتی به اطلاعات جامع و در عین حال قابل دسترس در مورد تجزیه و تحلیل مدل‌های بهینه‌سازی غیرخطی را برآورده می‌کند و آن را به منبعی ارزشمند برای خوانندگان فنی و غیرفنی تبدیل می‌کند. چراکه مدل‌های بهینه‌سازی غیرخطی به دلیل توانایی آن‌ها در رسیدگی به مسائل پیچیده که در آن روابط بین متغیرها خطی نیست، در زمینه‌های مختلف حیاتی هستند. در اینجا چند نکته کلیدی در مورد اهمیت و کاربرد آنها آورده شده است:

۱. نمایش مسئله در دنیای واقعی: بسیاری از مسائل دنیای واقعی شامل روابط غیرخطی هستند که بهینه‌سازی غیرخطی را برای مدل‌سازی دقیق و حل این مسائل ضروری می‌کند.
 ۲. بهبود کیفیت حل: مدل‌های غیرخطی می‌توانند راه‌حل‌های دقیق‌تر و بهینه‌تری را در مقایسه با مدل‌های خطی ارائه دهند، به‌ویژه در سناریوهایی که تابع هدف یا محدودیت‌ها انحنا نشان می‌دهند.
 ۳. انعطاف پذیری: آنها طیف وسیع‌تری از توابع و محدودیت‌های هدف را امکان پذیر می‌کنند و انواع مختلف داده‌ها و روابط را در خود جای می‌دهند.
 ۴. تخصیص منابع: بهینه‌سازی غیرخطی به تخصیص موثر منابع محدود به روشی کمک می‌کند که یک هدف خاص مانند هزینه، سود یا زمان را به حداکثر یا حداقل برساند.
 ۵. تجزیه و تحلیل حساسیت: این مدل‌ها تجزیه و تحلیل چگونگی تأثیر تغییرات پارامترها بر نتایج را امکان پذیر می‌کند، که برای تصمیم‌گیری در محیط‌های نامشخص حیاتی است.
- امروزه مسائل بهینه‌سازی غیرخطی در زمینه‌های مختلف مورد استفاده قرار می‌گیرند از جمله این کاربردها عبارتند از:

۱. مهندسی: در بهینه‌سازی طراحی، تحلیل سازه و سیستم های کنترل برای بهبود عملکرد و کارایی استفاده می‌شود.

۲. اقتصاد و امور مالی: در بهینه‌سازی پورتفولیو، مدیریت ریسک و استراتژی های قیمت گذاری برای به حداکثر رساندن بازده یا به حداقل رساندن ریسک ها استفاده می‌شود.

۳. تحقیق در عملیات: در لجستیک، مدیریت زنجیره تامین و برنامه‌ریزی تولید برای بهینه‌سازی فرآیندها و تخصیص منابع استفاده می‌شود.

۴. یادگیری ماشینی: بهینه‌سازی غیرخطی در الگوریتم‌های آموزشی، به ویژه در شبکه‌های عصبی، که در آن توابع از دست دادن اغلب غیرخطی هستند، اساسی است.

۵. علوم محیطی: در مدیریت منابع، کنترل آلودگی و توسعه پایدار به کار گرفته می‌شود تا رشد اقتصادی را با حفاظت از محیط زیست متعادل کند.

۶. مراقبت های بهداشتی: در تصمیم‌گیری‌های پزشکی، برنامه‌ریزی درمان و تخصیص منابع در سیستم‌های مراقبت‌های بهداشتی برای بهبود نتایج بیمار استفاده می‌شود.

به‌طور خلاصه، مدل‌های بهینه‌سازی غیرخطی برای حل مسائل پیچیده در حوزه‌های مختلف حیاتی هستند و در بسیاری از موارد راه‌حل‌های دقیق‌تر و مؤثرتری نسبت به مدل‌های خطی ارائه می‌دهند. در این راستا، مسائل بهینه‌سازی غیرخطی به ویژه برای دانشجویان در زمینه‌های مختلف مفید است، از جمله:

۱. ریاضیات: دانشجویانی که ریاضیات پیشرفته را مطالعه می‌کنند، به ویژه در زمینه‌هایی مانند حساب دیفرانسیل و انتگرال، جبر خطی، و مدل‌سازی ریاضی، می‌توانند بینش‌های ارزشمندی را از بهینه‌سازی غیرخطی به دست آورند.

۲. مهندسی: دانشجویان مهندسی، به ویژه آنهایی که در رشته‌هایی مانند مهندسی مکانیک، صنایع، عمران و برق هستند، اغلب در طراحی و تحلیل سیستم‌ها با بهینه‌سازی غیرخطی مواجه می‌شوند.

۳. اقتصاد و امور مالی: دانشجویان اقتصاد و امور مالی می‌توانند از تکنیک‌های بهینه‌سازی غیرخطی برای مدل‌سازی و حل مسائل مربوط به تخصیص منابع، بهینه‌سازی پورتفولیو و به حداکثر رساندن مطلوبیت استفاده کنند.

۴. علوم کامپیوتر: کسانی که علوم کامپیوتر را مطالعه می‌کنند، به ویژه در زمینه‌هایی مانند هوش مصنوعی، یادگیری ماشین، و تحقیقات عملیاتی، می‌توانند از درک بهینه‌سازی غیرخطی برای توسعه الگوریتم و حل مسئله بهره‌مند شوند.

۶. علوم محیطی: دانشجویان علوم محیطی می‌توانند از بهینه‌سازی غیرخطی برای مدل‌سازی و بهینه‌سازی مدیریت منابع و تلاش‌های پایداری استفاده کنند.

به‌طور کلی، هر دانشجویی که در زمینه‌هایی که نیاز به تصمیم‌گیری تحت محدودیت‌ها و بهینه‌سازی سیستم‌های پیچیده دارد، درگیر باشد، می‌تواند کتاب ترجمه شده را ابزاری ارزشمند بداند.

فصل اول

مقدمه‌ای بر مدل‌های بهینه‌سازی

۱-۱- مقدمه

بهینه‌سازی عمل به‌دست آوردن "بهترین" نتیجه تحت شرایط معین است. در طراحی، ساخت و نگهداری هر سیستم مهندسی، مهندسان باید تصمیمات فنی و مدیریتی بسیاری را در چند مرحله اتخاذ کنند. هدف نهایی همه چنین تصمیماتی به حداقل رساندن تلاش یا هزینه مورد نیاز و به حداکثر رساندن منافع است. از آنجایی که تلاش مورد نیاز و مزایای مورد نظر در هر موقعیت عملی به‌عنوان تابعی از متغیرهای تصمیم خاص بیان می‌شود، بهینه‌سازی را می‌توان به‌عنوان فرآیند یافتن شرایطی تعریف کرد که حداکثر یا حداقل مقدار تابع را به‌دست می‌دهد. همانطور که در شکل (۱-۱) مشاهده می‌شود، نقطه X با حداکثر مقدار $f(X)$ مطابقت دارد. هیچ روش واحدی برای حل همه مسائل بهینه‌سازی به‌طور موثر وجود ندارد. از این رو، تعدادی روش بهینه‌سازی برای حل انواع مختلف مسائل بهینه‌سازی توسعه داده شده است.

روش‌های جستجوی بهینه نیز به‌عنوان تکنیک‌های برنامه‌ریزی ریاضی (به‌ویژه، تکنیک‌های برنامه‌نویسی غیرخطی) شناخته می‌شوند و عموماً به‌عنوان بخشی از تحقیقات عملیات یا ریاضیات کاربردی مورد مطالعه قرار می‌گیرند. تحقیق در عملیات شاخه‌ای از ریاضیات است که به کاربرد روش‌ها و تکنیک‌های علمی در مسائل تصمیم‌گیری و ایجاد بهترین یا بهینه راه‌حل‌ها می‌پردازد.

جدول (۱-۱) تکنیک‌های مختلف ریاضی مورد استفاده در حوزه‌های تحقیق عملیات را فهرست می‌کند. همانطور که تحقیقات عملیاتی همیشه در حال تکامل است، فهرست همیشه در حال رشد است.

تکنیک‌های برنامه‌ریزی ریاضی برای یافتن حداقل و حداکثر یک تابع با یا بدون مجموعه‌ای از محدودیت‌ها مفید هستند. فرآیندهای تصادفی را می‌توان برای تجزیه و تحلیل مسائلی استفاده کرد که توسط متغیرهای تصادفی دارای توزیع احتمال شناخته شده توصیف می‌شوند. روش‌های آماری فرد را قادر می‌سازد تا داده‌های تجربی را تجزیه و تحلیل کند و مدل‌های تجربی بسازد تا نمایش دقیق‌تری از وضعیت فیزیکی به دست آورد. این کتاب به تکنیک‌های برنامه‌نویسی ریاضی می‌پردازد.

جدول ۱-۱. برخی از روش‌های عملکرد تحقیق.

	برخی از روش‌های عملکرد تحقیق	
روش‌های آماری	تکنیک‌های تصادفی	برنامه‌نویسی ریاضی
تجزیه و تحلیل رگرسیون	تئوری تصمیم‌گیری	حساب دیفرانسیل و انتگرال
آنالیز خوشه‌ای	فرآیندهای مارکوف	حساب تغییرات
طراحی آزمایش	تئوری صف	برنامه‌نویسی خطی
تحلیل عاملی یا آنالیز فاکتور	تئوری تجدید	برنامه‌نویسی غیرخطی
طراحی تاگوچی	روش‌های شبیه‌سازی	برنامه‌نویسی هندسی
تجزیه و تحلیل تشخیصی	تئوری قابلیت اعتماد	برنامه‌نویسی مرتبه دوم
تجزیه و تحلیل واریانس	تحلیل ریسک	برنامه‌نویسی قابل تفکیک
آزمون و تحلیل فرضیه		برنامه‌نویسی عدد صحیح و مختلط
		برنامه‌نویسی پویا (دینامیک)
		شبکه‌ها
		نظریه بازی
		روش‌های ابتکاری و روش‌های دیگر مانند جستجوی ممنوع، تبرید شبیه‌سازی شده و الگوریتم‌های ژنتیک

منبع: اصلاح و به‌روز شده از راتو^۱ (۱۹۷۹، ص ۲).

۱-۱-۱- تاریخچه

وجود بهینه‌سازی را می‌توان به نیوتن^۲، لایبنیتس^۳، کوشی^۴ و لاگرانژ^۵ ردیابی کرد. توسعه روش‌های حساب دیفرانسیل برای بهینه‌سازی به دلیل مشارکت نیوتن و لایبنیتس امکان‌پذیر شد.

¹ Rao

مبانی حساب تغییرات به برنولی^۶، اویلر^۷، لاگرانژ و ویرشتراس^۸ نسبت داده می‌شود. روش بهینه‌سازی برای برخی مسائل محدود، که شامل محدودیت‌های برابری و ضرب‌کننده‌ها است، به لاگرانژ نسبت داده می‌شود (از این رو، ضریب‌های لاگرانژ). علی‌رغم تمام این کار سخت اولیه، تا قرن بیستم بود که کامپیوترها اجازه ادامه مطالعه تکنیک‌های بهینه‌سازی را دادند. در سال ۱۹۴۷، جورج دانزیگ^۹ یک روش سیمپلکس برای برنامه‌ریزی خطی ایجاد کرد. در اوایل دهه ۱۹۵۰، کوهن و تاکر^{۱۰} شرایط کوهن-تاکر را برای مسائل بهینه‌سازی با محدودیت نابرابری توسعه دادند. در سال ۱۹۵۷، بلمن^{۱۱} اصل بهینه‌بودن برنامه‌نویسی پویا را کشف کرد. روش‌های عددی در دهه ۱۹۶۰ با توسعه و استفاده گسترده‌تر از کامپیوترها شروع به توسعه کردند. در واقع، تاریخچه تکنیک‌ها همچنان ادامه دارد که هنوز در حال توسعه هستند. تکنیک ترتیب اولویت‌ها برای راه‌حل ایده‌آل گفتار^{۱۲} (TOPSIS) در دهه ۱۹۸۰ در ایالت کانزاس^{۱۳} توسعه یافت و توسط تحلیل‌گران بودجه در دولت استفاده شد. روش‌های نقطه داخلی برای بهینه‌سازی هنوز در حال توسعه هستند.

۱-۱-۲- کاربردهای بهینه‌سازی

بهینه‌سازی، در معنای وسیع آن، می‌تواند برای حل بسیاری از مشکلات به کار رود. در اینجا فهرستی کوتاه به شرح زیر ارائه شده است:

² Newton

³ Leibniz

⁴ Cauchy

⁵ Lagrange

⁶ Bernoulli

⁷ Euler

⁸ Weirstrass

⁹ George Danzig

¹⁰ Kuhn and Tucker

¹¹ Bellman

¹² Technique Order Preferences to the Ideal Solution

¹³ Kansas State

۱. طراحی سفر فضایی برای حداقل زمان
۲. طراحی جنگ ستارگان برای حداکثر دفاع
۳. مسیرهای بهینه برای سفرهای فضایی
۴. طراحی پل ها و جاده ها
۵. طراحی برای مقاومت در برابر زلزله، طوفان، و سایر بلا یا
۶. طراحی بهینه دنده های داخلی در ماشین ها
۷. طراحی بهینه شبکه ها و مسیریابی
۸. زمان بندی بهینه
۹. پیدا کردن کوتاه ترین مسیرها
۱۰. به حداکثر رساندن سود
۱۱. به حداقل رساندن هزینه ها
۱۲. به حداکثر رساندن بهره وری خدمات و خطوط.

۱-۱-۳- مدل سازی

موقعیت های دیگری در مدل سازی ریاضی وجود دارد که ما را ملزم به تعیین راه حل «بهترین» یا «بهینه» می کند. ممکن است مشکل تعیین حداکثر سودی که یک شرکت می تواند داشته باشد یا یافتن حداقل مجموع مجذور انحرافات بین مدل برازش شده و مجموعه ای از نقاط داده باشد. فرآیند یافتن "بهترین" راه حل برای چنین مسائلی به عنوان بهینه سازی شناخته می شود. همانطور که در این کتاب می بینید، دستیابی به راه حل مدلی که نیاز به بهینه سازی دارد می تواند بسیار دشوار باشد. مطالعه بهینه سازی یک زمینه وسیع و جالب از ریاضیات را تشکیل می دهد که تحقیقات گسترده ای در حال حاضر روی آن انجام می شود. در حالی که بسیاری از مسائل بهینه سازی را

می‌توان با استفاده مستقیم از محاسبات تک و چند متغیره ابتدایی حل کرد، برخی دیگر نیاز به استفاده از ریاضیات تخصصی دارند که بهتر است در یک دوره جداگانه یا حتی دنباله‌ای از دروس مطالعه شود.

در این فصل ابتدا مروری بر حوزه بهینه‌سازی پیوسته ارائه می‌کنیم. بعداً در این فصل، سناریوهایی ارائه می‌شوند که به‌طور طبیعی باعث ایجاد مدل‌هایی می‌شوند که نیاز به بهینه‌سازی دارند. در فصل بعد، روش سیمپلکس^{۱۴} را برای حل برنامه‌های خطی ارائه می‌کنیم و همچنین تکنیک‌های جستجو را برای یافتن تقریب‌های عددی برای مسائل بهینه‌سازی ارائه می‌کنیم.

ما یک طبقه‌بندی کلی از مسائل بهینه‌سازی ارائه می‌کنیم و به موقعیت‌هایی می‌پردازیم که منجر به مدل‌هایی می‌شوند که انواع بسیاری از مسائل بهینه‌سازی را نشان می‌دهند. در هر دو بخش، تأکید بر فرمول‌بندی مدل می‌باشد. این تأکید به شما امکان تمرین اضافی در چندین مرحله اول فرآیند مدل‌سازی را می‌دهد و همزمان پیش‌نمایشی از انواع مسائلی ارائه می‌دهد که در دوره‌های پیشرفته ریاضی حل خواهید کرد.

ما به دسته خاصی از مسائل می‌پردازیم که فقط با استفاده از حساب ابتدایی قابل حل هستند. در مسئله توضیحی آن بخش، مدلی را برای تعیین یک "استراتژی موجودی" بهینه ایجاد می‌کنیم. مشکل مربوط به تصمیم‌گیری در مورد مقدار و تعداد دفعات سفارش کالا برای به حداقل رساندن هزینه کل حمل موجودی است. محدودیت‌های موجود در واسطه‌های مختلف نسبتاً شدید هستند، بنابراین حساسیت راه‌حل‌ها به مفروضات بررسی می‌شود. تأکید بر حل مدل و تحلیل حساسیت مدل است.

¹⁴ simplex method

۲-۱- طبقه‌بندی مسائل بهینه‌سازی

به‌منظور ارائه چارچوبی برای بحث در مورد یک کلاس از مسائل بهینه‌سازی، یک مدل اساسی برای چنین مسائلی ارائه می‌دهیم. مسائل با توجه به ویژگی‌های مختلف مدل پایه که توسط یک مشکل خاص در اختیار دارند طبقه‌بندی می‌شوند. همچنین در مورد تغییرات خود مدل اصلی بحث می‌کنیم. مدل پایه به صورت معادله (۱-۱) ارائه شده است.

به حداکثر رساندن یا به حداقل رساندن $f(x)$

$$\text{مشروط به } \begin{cases} g(x_i) \leq b_j \\ g(x_i) = b_j \\ g(x_i) \geq b_j \end{cases} \quad (1-1)$$

برای i از ۱ تا m و j از ۱ تا n .

حالا اجازه دهید نماد نسبتاً پیچیده را توضیح دهیم. بهینه‌سازی یعنی به حداکثر رساندن یا به حداقل رساندن. زیرنویس J نشان می‌دهد که ممکن است یک یا چند تابع برای بهینه‌سازی وجود داشته باشد. توابع با زیرنویس‌های عدد صحیح که به مجموعه محدود J تعلق دارند متمایز می‌شوند. ما به دنبال بردار $f(X)$ هستیم که مقدار بهینه را برای مجموعه توابع می‌دهد. اجزای مختلف بردار (X_1, X_2, \dots, X_n) نامیده می‌شوند. متغیرهای تصمیم مدل، در حالی که تابع $f(X)$ تابع هدف نامیده می‌شود.

با «مشروط‌به»، اشاره می‌کنیم که ممکن است شرایط «جانبی» خاصی وجود داشته باشد که باید رعایت شوند. به‌عنوان مثال، اگر هدف به حداقل رساندن هزینه‌های تولید یک محصول خاص باشد، ممکن است مشخص شود که تمام تعهدات قراردادی برای محصول به‌عنوان شرایط جانبی برآورده شود. شرایط جانبی معمولاً محدودیت نامیده می‌شوند. زیرنویس عدد صحیح J نشان می‌دهد که ممکن است یک یا چند رابطه محدودیت وجود داشته باشد که باید برآورده شوند. یک محدودیت ممکن است یک برابری (مانند برآورده کردن دقیق تقاضا برای یک محصول) یا