بسم الله الرحمن الرحیم

وزارت علوم، تحقیقات و فناوری
دانشگاه تربت حیدریه

مبانی مکانیک کوانتومی

(مجموعه اصول بنیادی فلسفه فیزیک)

Foundations of Quantum Mechanics (Elements in the Philosophy of Physics)

امیلی ادلام

احسان تقی‌زاده طوسی

(استادیار، گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه تربت حیدریه)

مهدی علی‌اکبری

(استادیار، گروه مهندسی کامپیوتر، دانشگاه تربت حیدریه)

(۱۴۰۴)

سرشناسه		ادلام، امیلی Adlam, Emily
عنوان و نام پدیدآور	:	مبانی اساسی کمبریج مجموعه اصول بنیادی فلسفه فیزیک مبانی مکانیک کوانتومی/ نویسنده امیلی ادلام؛ مترجمان احسان تقی‌زاده‌طوسی، مهدی علی‌اکبری.
مشخصات نشر	:	تربت حیدریه: دانشگاه تربت حیدریه، انتشارات، سال ۱۴۰۴
مشخصات ظاهری	:	ط، ۱۱۲ ص.
شابک	:	۸۳۳۵-۶۰۰-۹۷۸-۷-۴۶
وضعیت فهرست نویسی	:	فیپا
یادداشت	:	عنوان اصلی: Foundations of Quantum Mechanics (Elements in the Philosophy of Physics).
موضوع	:	کوانتوم Quantum theory
شناسه افزوده	:	تقی‌زاده طوسی، احسان، ۱۳۵۸-، مترجم
شناسه افزوده	:	علی‌اکبری، مهدی، ۱۳۵۸-، مترجم
شناسه افزوده		دانشگاه تربت حیدریه، انتشارات
رده بندی کنگره	:	QC ۱۷۴/۱۲
رده بندی دیویی	:	۵۳۰/۱۲
شماره کتابشناسی ملی	:	۱۰۱۲۶۶۹۳

وزارت علوم تحقیقات وفناوری
دانشگاه تربت حیدریه

مبانی اساسی کمبریج، مجموعه اصول بنیادی فلسفه فیزیک، مبانی مکانیک کوانتومی

نویسنده: امیلی ادلام.

مترجم: احسان تقی‌زاده طوسی، مهدی علی‌اکبری.

چاپ اول

بها: تومان

نشانی ناشر: تربت حیدریه، کیلومتر هفت جاده مشهد، دانشگاه دولتی تربت حیدریه

فهرست مطالب

عنوان **شماره صفحه**

چکیده

مکانیک کوانتومی یک نظریه علمی فوق‌العاده موفق است. اما بیش از ۱۰۰ سال پس از اولین معرفی آن، تفسیر این نظریه همچنان بحث‌برانگیز است. این کتاب برخی از گیج‌کننده‌ترین پرسش‌ها را در اصول بنیادی مکانیک کوانتومی معرفی می‌کند و روش‌های تحقیقی به‌روز و آینده‌نگر از برجسته‌ترین راه‌هایی که فیزیک‌دانان و فیلسوفان فیزیک برای حل آن‌ها ارائه داده‌اند را معرفی می‌کند. موضوعات تحت پوشش این کتاب شامل مفاهیم: غیرموضعی، زمینه‌گرایی، واقعیت تابع موج و مسئله اندازه‌گیری در نظریه کوانتمی است. این بحث با توضیح برخی از مهم‌ترین نتایج ریاضی حاصل از کارهای اخیر در زمینه‌های بنیادی مکانیک کوانتومی، از جمله قضیه بل، قضیه کوشن – اسپکر، و قضیه PBR تکمیل می‌شود.

واژگان کلیدی

مبانی کوانتومی، فلسفه فیزیک، غیرموضعی، زمینه‌گرایی، مسئله اندازه‌گیری

امیلی ادلام ۲۰۲۱

تقدیر و تشکر

این کتاب با استفاده از اعتبارات پژوهشی دانشگاه تربت‌حیدریه ترجمه گردیده است که بدین‌وسیله مراتب تقدیر نسبت به این حمایت‌های مالی اعلام می‌گردد. همچنین، با سلام و درود به روح پدر و مادر عزیزم، تقدیر و سپاس ویژه خود را نسبت به همسر دلسوز و دو فرزند شیرینم که با دعای خیر و صبوری فراوان مرا در ترجمه این کتاب یاری نمودند، ابراز می‌دارم.

احسان تقی‌زاده طوسی

استادیار دانشگاه تربت‌حیدریه، خراسان رضوی

مرداد ۱۴۰۳

فصل اول: معرفی

یکی از مهم‌ترین اهداف فیزیک ارائه نظریه‌هایی است که پدیده‌های فیزیکی قابل مشاهده را با موفقیت پیش‌بینی کنند. اما حتی زمانی که یک نظریه از نظر تجربی موفقیت‌آمیز باشد، سؤالات زیادی وجود دارد که باید به آنها پاسخ داد. یک الگوریتم پیش‌بینی‌کننده موفق، چه چیزی را در مورد نحوه عملکرد جهان به ما می‌گوید؟ این نظریه چه چیزی در رابطه با طبیعت هستی، پیشنهاد می‌کند؟ رابطه این نظریه با سایر نظریه‌های فیزیکی موفق چیست؟ این نظریه چه ارتباطی با تجربیات ما دارد؟ این نظریه در مورد مفاهیم آشنایی همچون فضا، زمان و ماده به ما چه می‌گوید؟

در تلاش برای پاسخ به این پرسش‌ها، درگیر چیزی خواهیم شد که به‌عنوان مبانی فیزیک شناخته می‌شود. مبانی کوانتومی، شاخه‌ای از مبانی فیزیک است که به مکانیک کوانتومی مربوط می‌شود؛ مکانیک کوانتومی، نظریه فیزیکی است که در اوایل قرن بیستم توسعه‌یافته و در پدیده‌های فیزیکی در مقیاس‌های بسیار کوچک اعمال می‌شود. درحالی‌که مطمئناً مسایل اساسی جالبی وجود دارد که باید برای همه نظریه‌های فیزیکی اصلی ما[1] مورد توجه قرار گیرند؛ مبانی کوانتومی توجه غیرعادی را به خود جلب کرده‌اند، زیرا به نظر می‌رسد چیزی منحصربه‌فرد در مورد مکانیک

[1] برای مروری بر برخی مسائل جالب در مبانی نسبیت خاص و عام، به مودلین (Maudlin، ۲۰۱۲) مراجعه کنید. برای مکانیک آماری، اسکلار (Sklar، ۱۹۹۳) را ببینید؛ و برای مکانیک کلاسیک، اسکلار (۲۰۱۲) را ببینید.

کوانتومی گیج‌کننده، وجود دارد. از همه جالب‌تر این است که در مورد تفسیر فیزیکی الگوریتم پیش‌بینی‌کننده‌ای که مکانیک کوانتومی به ما می‌دهد، اتفاق‌نظر وجود ندارد و بسیاری از گزینه‌های جایگزین مورد بررسی، تصویری از دنیای فیزیکی را ترسیم می‌کنند که با تصورات دنیای کلاسیک ماقبل از دنیای کوانتومی، تفاوت اساسی دارند.

اگرچه تلاقی قابل‌توجهی بین سؤالات بنیادی و حوزه سنتی فلسفه وجود دارد، با این حال مبانی کوانتومی از فلسفه مکانیک کوانتومی متمایز است؛ زیرا این دو حوزه معمولاً شامل رویکردهای روش‌شناختی متفاوتی هستند. یکی از ابداعات مهم بل[1]در اثبات قضیه معروف خود که در فصل سوم به آن خواهیم پرداخت، این بود که می‌توان با استفاده از برهان ریاضی به سؤالات بنیادی، به روش کمی پرداخت و پیرو این سنت، حوزه مبانی کوانتومی رویکردهای کمی مشابهی را برای بسیاری از سؤالات مفهومی دیگر به کار گرفته است. این روش انتخابی، ریاضیات بود که پایه‌های کوانتومی را به‌جای فلسفه، به شاخه‌ای از فیزیک تبدیل کرد – البته محققین مبانی کوانتومی علایق مشترک زیادی با همتایان خود در فلسفه مکانیک کوانتومی دارند و این رشته را می‌توان به‌عنوان محل تقاطع فیزیک، ریاضیات و فلسفه دانست.

قبل از اینکه جلوتر برویم، باید به این دیدگاه نه‌چندان غیرمعمول بپردازیم که پیش‌بینی‌های تجربی، تنها هدف فیزیک است و بنابراین نگرانی در مورد تفسیرها یا طرح هر یک از سؤالات مفهومی دیگری که با مبانی کوانتومی مربوط می‌شوند بی‌معنی است. به‌عنوان اولین پاسخ، مشاهده می‌کنیم که بسیاری از افراد، نه‌تنها به دلیل تمایل به پیش‌بینی بلکه به دلیل تمایل به درک چگونگی کارکرد جهان، علاقه‌مند به علم هستند و بنیادها و مبانی پایه‌ای کوانتومی می‌توانند تا حد زیادی این عطش فکری را ارضا کنند. البته این درست است که هرگز نمی‌توانیم کاملاً مطمئن باشیم که نتایجی که در این تلاش به دست می‌آوریم درست است یا خیر، اگر چه حتی هرگز نمی‌توان کاملاً مطمئن بود که خود نظریه‌های پیش‌بینی‌کننده هم به‌طورکلی درست هستند یا خیر.

علاوه بر این حتی اگر تنها هدف علم پیش‌بینی باشد، مبانی بنیادی کوانتومی مهم خواهند بود، زیرا تفکر عمیق در مورد ماهیت مکانیک کوانتومی و دستیابی به درک بهتر واقعیت فیزیکی که از آن ناشی می‌شود، احتمالاً به پیشرفت در مسائل برجسته در فیزیک منجر می‌شود. این امر در حال

[1] Bell

حاضر اهمیت ویژه‌ای دارد، زیرا بسیاری از فیزیک‌دانان به این باور رسیده‌اند که فیزیک بنیادی در وضعیت رکود قرار دارد و پیشرفت چندان معنی‌داری در چند دهه اخیر حاصل نشده است (هوسنفلدر[۱] ۲۰۱۸). به نظر می‌رسد که کاملاً ممکن است که این اتفاق رخ داده باشد زیرا فیزیک‌دانان هرگز نتوانستند با آنچه مکانیک کوانتومی در مورد جهان به ما می‌گوید کنار بیایند و بنابراین تمامی مبانی فیزیکی بعد از آن نیز مبتنی بر درک نادرست از نظریه قبلی استوار شده است و ما را به بن‌بست می‌کشاند؛ بنابراین مبانی کوانتومی صرفاً تمرین کنجکاوی فکری نیست – شاید بهترین امید ما برای خروج از بن‌بستی باشد که به نظر می‌رسد فیزیک در آن قرار گرفته است. به‌هرحال، بسیاری از پیشرفت‌های تاریخی در فیزیک، ناشی از تفکر عمیق درباره سؤالات مفهومی بوده است؛ به‌عنوان‌مثال، نظریه نسبیت خاص اینشتین نتیجه طرح سؤالات اساسی در مورد ماهیت زمان و هم‌زمانی است (اینشتین[۲] ۱۹۰۵).

این کتاب گشت و گذار کوتاهی در میان بعضی از موضوعات مهم در مبانی کوانتومی ارائه می‌دهد. فصل بعدی، اصول مکانیک کوانتومی را همراه با برخی ایده‌ها و نمادهایی که در سراسر این کتاب استفاده خواهیم کرد، معرفی می‌کند. ازآنجایی‌که اصل محرک مبانی کوانتومی، پرداختن به سؤالات مفهومی با روش‌های ریاضی است، در فصل‌های ۳، ۴ و ۵، یک نتیجه ریاضی مهم را از این حوزه معرفی می‌کنیم و سپس در مورد مسائل مفهومی مرتبط با آن بحث می‌کنیم. در فصل ششم، خلاصه‌ای کوتاه از برخی بخش‌های دیگر پایه‌های کوانتومی ارائه می‌دهیم که به دلیل ملاحظات اختصارگویی در این کتاب، نمی‌توان در اینجا به تفصیل آنها را پوشش داد. در نهایت و در بخش نتیجه‌گیری، ارزیابی وضعیت فعلی مبانی کوانتوم را ارائه می‌کنیم و پیشنهاداتی در مورد آینده آن مطرح خواهیم کرد.

[۱] Hossenfelder

[۲] Einstein

فصل ۲: مقدمات

۲-۱ مکانیک کوانتومی چیست؟

مکانیک کوانتومی ریشه در مشکلاتی به‌ظاهر جزئی دارد که فیزیک‌دانان را در اواخر قرن نوزدهم و اوایل قرن بیستم متحیر کرده بود. "جسم سیاه" یکی از آن چالش‌های ذکرشده است که توسط ماکس پلانک[۱] در سال ۱۹۰۰ و با استفاده از این فرضیه که انرژی در بسته‌های مجزا به نام کوانتوم، تابش و جذب می‌شود؛ حل شد. مشکل دیگر، بحث "اثر فوتوالکتریک" بود که انیشتین[۲] راه حلی مشابه را در سال ۱۹۰۵ برای آن پیشنهاد کرد. پس از آن و در سال ۱۹۱۳، نیلز بور[۳] برای توضیح مشاهدات تجربی ارنست رادرفورد[۴]، یک نظریه کوانتیزه‌شده برای ساختار اتمی ارائه کرد. این ایده‌های کوانتومی اولیه در نیمه اول قرن بیستم توسط فیزیک‌دانانی مانند شرودینگر[۵]،

---

[۱] Max Planck

[۲] Einstein

[۳] Niels Bohr

[۴] Ernest Rutherford

[۵] Schrödinger

هایزنبرگ[1] برن[2] فون‌نویمان[3] دیراک[4] پائولی[5] هیلبرت[6] و بسیاری دیگر توسعه‌یافته و نظریه‌ای را پایه‌گذاری کرد که مکانیک کوانتومی نامیده شد.[7]

مکانیک کوانتومی از بسیاری جهات بیشتر یک نوع فلسفه روش‌شناختی است تا یک نظریه صرفاً علمی (ژل-مان[8] ۱۹۸۰؛ نیلسن[9] و چوانگ[10] ۲۰۱۱)، زیرا برای ساخت نظریه‌های فیزیکی، همواره یک چارچوب ریاضی که توسط کارهای دقیق تجربی پشتیبانی می‌شود، مشخص می‌کند که کدام موضوع ریاضی خاص، نشان‌دهنده سیستم‌های فیزیکی واقعی است که می‌خواهیم رفتار آنها را پیش‌بینی کنیم. با این تفسیر، باید حوزه مبانی کوانتومی را عمدتاً یک ساختار انتزاعی دانست تا یک چارچوب و نظریه خاص علمی؛ و ازاین‌رو برای ما کافی است تا مکانیک کوانتومی را با چهار اصل زیر مشخص کنیم (نیلسن و چوانگ ۲۰۱۱) (برای مقدمه‌ای بر اصطلاحات جبر خطی مورداستفاده در این فرضیات، استرانگ[11] (۲۰۱۶) را ببینید):

۱ - ما به هر سیستم فیزیکی یک فضای هیلبرت $\mathcal{H}$ را نسبت می‌دهیم که به‌عنوان فضای حالت سیستم، شناخته می‌شود.[12] در هر زمان معین، سیستم به طور کامل با بردار حالت خود که یک بردار یکه $|\psi\rangle$ در فضای حالت است، توصیف می‌شود.

---

[1] Heisenberg

[2] Born

[3] von Neumann

[4] Dirac

[5] Pauli

[6] Hilbert

[7] برای شرحی جذاب از تاریخ اولیه مکانیک کوانتومی، لیندلی (Lindley، ۲۰۰۸) را ببینید.

[8] Gell-Mann

[9] Nielsen

[10] Chuang

[11] Strang

[12] فضای هیلبرت یک فضای برداری مختلط مجهز به یک ضرب درونی است.

۲ - سیستم‌های کوانتمی بسته [سامانه‌ای فیزیکی که ورود و خروج جرم و انرژی در آن مجاز نیست] با تبدیل‌های یکانی تکامل می‌یابند.[1] به طور خاص، یک سیستم کوانتومی بسته را می‌توان با یک عملگر هرمیتی ثابت H[2] مرتبط کرد و سپس تکامل زمانی حالت سیستم، توسط رابطه $H|\psi(t)\rangle = i\hbar\frac{d|\psi(0)\rangle}{dt}$ (یعنی معادله شرودینگر) تعیین خواهد شد.

۳ - سنجش سیستم با یک اندازه‌گیری تصویری توصیف می‌شود، که یک عملگر هرمیتی روی فضای حالت سیستم است. اندازه‌گیری تصویری را می‌توان به مجموعه‌ای از عملگرها همانی $\{P_m\}$ تجزیه کرد که هرکدام با یک نتیجه اندازه‌گیری مرتبط هستند. هنگامی که یک سیستم در حالت $|\psi\rangle$ وجود دارد و اندازه گیری $\{P_m\}$ روی آن انجام می‌شود، احتمال به دست آوردن نتیجه مرتبط با P_m برابر است با $Tr(P_m|\psi\rangle\langle\psi|)$، که در آن Tr(..) نشان دهنده اثر $|\psi\rangle\langle\psi|$ و نشان دهنده حاصلضرب بیرونی بردار حالت $|\psi\rangle$ با مزدوج خودش است. پس از به دست آمدن این نتیجه، وضعیت سیستم به صورت $\frac{P_m|\psi\rangle}{\sqrt{Tr(P_m|\psi\rangle\langle\psi|)}}$ خواهد بود.

۴ - وقتی دو سیستم فیزیکی را با هم ترکیب می‌کنیم، حالت سیستم ترکیبی جدید، حاصل‌ضرب تانسور فضای حالت‌های منفرد خواهد بود؛ اگر n حالت سیستم اولیه $|\psi_1\rangle$، $|\psi_2\rangle$، ...و $|\psi_n\rangle$ را با هم ترکیب کنیم، حالت مشترک حاصل، $|\psi_1\rangle \otimes |\psi_2\rangle \otimes \ldots \otimes |\psi_n\rangle$ خواهد شد.

۲-۱-۱ حالت‌های کوانتمی

بیایید یک مثال را در نظر بگیریم. یک سیستم کوانتومی با فضای هیلبرت با بعد دو را در نظر بگیرید، مانند ذره‌ای که می‌تواند اسپین (چرخش) به سمت بالا یا پایین داشته باشد. حالت "اسپین بالا" را به‌عنوان بردار $\begin{bmatrix}1\\0\end{bmatrix}$ یا به طور معادل $|0\rangle$؛ و حالت "اسپین پایین" را به عنوان بردار $\begin{bmatrix}0\\1\end{bmatrix}$ یا

---

[1] تبدیل یکانی، تبدیلی است که تحت آن ضرب درونی تغییر نمی کند. عملگر یکانی U در رابطه $U^\dagger U = I$ صدق می‌کنند که در آن $U^\dagger$ نشان‌دهنده ترانهاد مزدوج U و I نشان‌دهنده عملگر همانی است.

[2] عملگر هرمیتی، عملگری است که با ترانهاد مزدوج خود برابر است.

معادل حالت سیستم $\langle 1|$ می‌نویسیم. حاصل ضرب درونی بردارهای $\langle\psi|$ و $\langle\phi|$ که به صورت $\langle\phi|\psi\rangle$ نوشته می شود، با ضرب هر ورودی در $\langle\psi|$ در جابه جایی مزدوج ورودی مربوطه در $\langle\phi|$ به دست می‌آید، بنابراین برای مثال خواهیم داشت: $\langle 0|1\rangle = 1 \times 0 + 0 \times 1 = 0$. طبق قرارداد، حالات کوانتومی نرمال می‌شوند به‌طوری که برای هر حالت $\langle\psi|$، خواهیم داشت $\langle\psi|\psi\rangle = 1$.

فرض کنید زمانی که سیستم در حالت $\langle 0|$ است اندازه‌گیری $M=\{P_0, P_1\}$ روی آن اعمال شود. عملگرهای اندازه‌گیری P_0 و P_1 هر دو با ماتریس‌های 2×2 نشان داده می‌شوند. یکی از اندازه‌گیری‌های احتمالی که می‌توانیم روی این سیستم انجام دهیم، اندازه‌گیری اسپین است که در آن عملگر $P_0 = |0\rangle\langle 0|$ با ویژگی اسپین بالا و عملگر $P_1 = |1\rangle\langle 1|$ با ویژگی اسپین پایین همبسته هستند. اگر این اندازه‌گیری در زمانی که سیستم در حالت $\langle 0|$ است، انجام شود احتمال اینکه نتیجه اندازه‌گیری برابر با اسپین رو به بالا باشد برابر $Tr(P_0|0\rangle\langle 0|)$ است که می‌توان آن را مجدداً به $\langle 0|P|0\rangle = \langle 0|0\rangle\langle 0|0\rangle$ که به دلیل نرمال شدن حالات کوانتومی برابر با ۱ است، بازتنظیم کرد. بنابراین احتمال به دست آوردن نتیجه اندازه‌گیری اسپین رو به بالا، زمانی که سیستم واقعا در حالت اسپین بالا است، برابر یک خواهد شد و محاسبه‌ای مشابه نشان می‌دهد که احتمال به دست آوردن نتیجه اسپین رو به پایین زمانی که سیستم در حالت اسپین پایین است نیز برابر با یک خواهد شد؛ دقیقاً همانطور که انتظار داریم.

حال اگر با یک سیستم کلاسیک روبرو بودیم، فقط اسپین بالا یا اسپین پایین، تنها امکانات ممکن برای حالت‌های سیستم بود. اما ازآنجایی که این یک سیستم کوانتومی است، حالت می‌تواند بردار $\begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix}$ یا در نماد مکانیکی کوانتومی، $\frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + |1\rangle)$، باشد. در این حالت، اسپین ذره نه دقیقا بالاست و نه پایین! این برهمنهی[۱] احتمال برابر از هر دو حالت است و وقتی اسپین سیستم را اندازه‌گیری می‌کنیم، احتمال اینکه حالت سیستم در حالت اسپین بالا اندازه‌گیری شود برابر با $Tr(P_0 \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + |1\rangle)\frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + |1\rangle))$ خواهد شد که برابر با ۰/۵ است. یعنی ۵۰ درصد شانس برای اندازه‌گیری حالت اسپین بالا و ۵۰ درصد احتمال برای حالت سیستم در اسپین پایین وجود

[۱] اصل برهمنهی در کوانتم بیان می‌کند که به دلیل خطی بودن معادله شرودینگر، ترکیب جواب‌های این معادله نیز می‌تواند به عنوان جواب معادله شرودینگر در نظر گرفته شوند.

دارد. برهم‌نهی‌هایی مانند این، اجازه می‌دهند که دامنه‌ای از حالت‌ها بین اسپین‌های بالا و پایین وجود داشته باشد. توجه داشته باشید که با اعمال فرمول در فرض سه، متوجه می‌شویم که پس از به‌دست آمدن نتیجه اسپین بالا، سیستم همیشه در حالت $|0\rangle$ خواهد بود؛ یعنی حالت سیستم به‌صورت اسپین رو به بالا خواهد شد، بنابراین حتی اگر ذره قبل از اندازه‌گیری، دارای حالت اسپینی مشخصی نباشد، پس از فرایند اندازه‌گیری در حالت اسپین بالا، مطابق با نتیجه اندازه‌گیری، قرار خواهد گرفت.

اگر با یک سیستم کلاسیک روبرو بودیم، همیشه می‌توانستیم وضعیت آن سیستم را با قطعیت کامل - مشروط بر اینکه اندازه‌گیری‌ها به‌اندازه کافی دقیق و حساس انجام شوند – مشخص کنیم. اما این شرایط در مکانیک کوانتومی به‌هیچ‌وجه صادق نیست. به عبارت بهتر برای دو حالت کوانتومی دلخواه ψ_1 و ψ_2، تعیین دقیق مقادیر اندازه‌گیری به شکل $\{M_1,M_2\}$ همیشه امکان‌پذیر نخواهد بود؛ یعنی هیچ تضمینی وجود ندارد که اگر این اندازه‌گیری را زمانی که سیستم در حالت ψ_1 است انجام دهیم، نتیجه M_1 را دریافت کرده و اگر اندازه‌گیری را زمانی که سیستم در حالت ψ_2 باشد، انجام دهیم نتیجه M_2 حاصل شود. معمولاً بهترین کاری که می‌توان انجام داد این است که اندازه‌گیری $\{M_1,M_2\}$ را به‌گونه‌ای ارائه کنیم که اگر این اندازه‌گیری در زمانی که سیستم در حالت ψ_1 است انجام شود، نتیجه M_1 با احتمال p_1 را به دست آوریم و اگر این اندازه‌گیری را زمانی که سیستم در حالت ψ_2 است انجام دهیم، نتیجه M_1 با احتمال p_2 (کوچکتر از p_1) حاصل خواهد شد؛ بنابراین، وقتی اندازه‌گیری را انجام می‌دهیم و نتیجه M_1 را به دست می‌آوریم، می‌توانیم نتیجه قطعی بگیریم که به‌احتمال زیاد وضعیت سیستم در حالت ψ_1 بوده است.

بااین‌حال، مجموعه‌های خاصی از حالت‌ها وجود دارند که می‌توان اندازه‌گیری‌های منحصربه‌فردی را برای آن‌ها یافت. به طور خاص، این ویژگی برای هر مجموعه‌ای از حالت‌ها که همگی متعامد با یکدیگر هستند، رخ خواهد داد؛ دو حالت $|a\rangle$ و $|b\rangle$ را وقتی متعامد می‌دانیم که حاصلضرب داخلی آنها صفر شود، یعنی $\langle a|b\rangle = 0$. در فضاهای برداری دو یا سه بعدی واقعی، مفهوم "متعامد" به معنای "عمود" است که می‌توان در فضاهای برداری دیگر نیز این مفهوم را تعمیم داد. در مثال ذکر شده در بالا، حالت‌های $|0\rangle$ و $|1\rangle$ متعامد هستند، زیرا $\langle 0|1\rangle = 0$ است و در واقع می‌توان آنها را کاملاً با اندازه‌گیری اسپین $\{P_0,P_1\}$ از هم متمایز کرد، زیرا زمانی که سیستم در

حالت $|0\rangle$ است همیشه نتیجه اسپین بالا را دریافت می‌کنیم و وقتی سیستم در وضعیت $|1\rangle$ باشد نتیجه اندازه‌گیری اسپین، رو به پایین خواهد بود.

این واقعیت که حالت‌های کوانتومی، به‌طور کلی، نمی‌توانند کاملاً متمایز و منحصربه‌فرد باشند، چالش‌های عملی جدی را برای انجام و تجزیه‌وتحلیل آزمایش‌های کوانتومی ایجاد می‌کند؛ زیرا این امر به این معنی است که ما باید نتیجه‌گیری خود را از استنتاج‌های آماری نتایج در تعداد زیادی آزمایش به دست آوریم، نه به‌طور مستقیم و مستقل از روی نتیجه هر یک از آزمایش‌ها. این اولین نشانه‌ای است که حالت‌های کوانتومی ممکن است ویژگی‌هایی کاملاً متمایز از حالت‌های کلاسیک داشته باشند. در بخش‌های آتی خواهیم دید که این امر به روش‌های مختلفی اثبات می‌شود.

۲-۱-۲ حالت‌های مختلط و عملگرهای چگالی

در ظاهر، فرضیاتی که ما بیان کردیم این را نشان می‌دهد که وضعیت یک سیستم کوانتومی همیشه باید با یک بردار حالت در فضای هیلبرت قابل توصیف باشد. اما در واقع، دو راه وجود دارد که از طریق آن می‌توانیم انواع مختلف حالت‌ها را در این چارچوب به دست آوریم. نخست این که می‌توانیم یک حالت را از میان مجموعه‌ای از حالت‌های $\{|\psi_i\rangle\}$ با مجموعه‌ای از احتمالات $\{p(\psi_i)\}$ انتخاب کنیم که در نتیجه باعث ایجاد یک ترکیب احتمالاتی $\rho = \sum_i p(\psi_i)|\psi_i\rangle\langle\psi_i|$ خواهد شد؛ این رویکرد با عنوان ترکیب هنجار شناخته می شود (دی‌اسپاگنات[1] ۱۹۷۱، بوش[2] و همکاران ۱۹۹۶). دوم، ما می توانیم دو سیستم A و B را در یک حالت درهم‌تنیده در نظر بگیریم (به فصل سوم رجوع کنید)؛ سپس اطلاعات مربوط به حالت A را حذف کرده و حالت B را در حالت تقلیل‌یافته با چگالی احتمال $\rho = Tr_A(|\psi\rangle\langle\psi|)$ رها کنیم. این رویکرد را ترکیب نابهنجار می‌نامند (دی‌اسپاگنات ۱۹۷۱، بوش و همکاران ۱۹۹۶). خوشبختانه، معلوم می‌شود که این دو روش آماده‌سازی دقیقاً یک نوع ابزار ریاضی را ایجاد می کنند – به‌طور کلی، یک ماتریس چگالی، یک ماتریس هرمیتی مثبت حاصل از اثر[3] آن ماتریس است. حالت هایی که می‌توانند به‌عنوان بردار حالت، نمایش داده شوند به‌عنوان حالت‌های ویژه شناخته می‌شوند که می‌توان به شکل ماتریس‌های

---

[1] d’ Espagnat

[2] Busch

[3] در جبر خطی اثر (Trace) یک ماتریس مربعی برابر با حاصل‌جمع آرایه‌های قطر اصلی آن است.

چگالی نیز نشان داده شوند، زیرا بردار حالت $\langle\psi|$ با ماتریس چگالی $|\psi\rangle\langle\psi|$ مطابقت دارند؛ در حالی که حالت‌هایی که فقط می‌توانند به‌عنوان ماتریس چگالی نوشته شوند و نمایش بردار حالتی ندارند به‌عنوان حالت‌های مختلط شناخته می‌شوند.

از چهار فرض اصلی ارائه شده در بخش ۲-۱، می‌توانیم عباراتی در مورد رفتار ماتریس‌های چگالی استخراج کنیم. مجموعه تحولات احتمالی به‌گونه‌ای گسترش می‌یابد و تمام تکامل‌هایی که می‌توان با الحاق یک سیستم دیگر به سیستم اصلی و سپس اعمال یک تکامل یکانی به دست آورد، را در بر می‌گیرد؛ همان‌طور که در فرض دو، به‌صورت کلی توضیح داده شد و درنتیجه منجر به مجموعه‌ای از تمام بازنمایی‌های کاملاً مثبت با حفظ اثر (CPTP)[۱] می‌شود. مجموعه اندازه‌گیری‌های ممکن گسترش می‌یابد تا تمام اندازه‌گیری‌هایی را که می‌توان با الحاق یک سیستم اضافی به سیستم اصلی و اعمال یک اندازه‌گیری تصویری[۲]همان‌طور که در اصل سه تعریف شده است، به کل اجرا کرد که منجر به مجموعه‌ای از تمام معیارهای ارزش‌گذاری شده توسط اپراتور مثبت (POVM[۳]) می‌شود. یک POVM مجموعه‌ای از عملگرهای نیمه معین مثبت[۴]$\{K_n\}$ است که مجموع آنها عملگر همانی است؛ احتمال به‌دست‌آوردن نتیجه مربوط به عملگر K_n هنگامی که سیستم اندازه‌گیری شده دارای ماتریس چگالی ρ است، با $\mathrm{Tr}(K_n\rho)$ داده می‌شود که شبیه فرمول مربوطه برای اندازه‌گیری تصویری است. در فرض سه، همچنین توانستیم فرمولی برای وضعیتی که یک سیستم پس از اندازه‌گیری تصویری در آن قرار خواهد گرفت، ارائه دهیم، اما متأسفانه، نمی‌توان این کار را برای POVMها انجام داد، زیرا هر POVM داده شده را می‌توان به روش‌های مختلف پیاده‌سازی کرد و وضعیت پس از اندازه‌گیری به اجرای خاص آن بستگی دارد (نیلسن[۵]و

---

[۱] CPTP: یک بازنمایی کاملاً مثبت برای حفظ اثر یک اپراتور است که اثر ماتریس‌هایی را که روی آنها عمل می‌کند تغییر نمی‌دهد (این خاصیت "حفظ اثر" نام دارد)؛ به این صورت که اگر حاصلضرب تانسور این عملگر را با ماتریس همانی در نظر بگیریم و نتیجه را روی یک ماتریس نیمه معین مثبت اعمال کنیم، ماتریس حاصل همچنان یک نیمه معین مثبت خواهد ماند (این ویژگی "کاملاً مثبت" نام دارد).

[۲]Projective measurement

[۳] در تحلیل تابعی و تئوری اندازه‌گیری کوانتومی: اندازه‌گیری با ارزش عملگر مثبت (POVM) اندازه‌گیری است که مقادیر آن عملگرهای نیمه معین مثبت در فضای هیلبرت هستند.

[۴] اگر برای هر بردار v با n ورودی، $v^* \times M \times v$ مثبت یا صفر باشد، به ماتریس M نیمه‌معین می‌گویند. (v^* در اینجا نشان‌دهنده جابجایی مزدوج بردار v است)

[۵]Nielsen

چوانگ[1] ۲۰۱۱، پاریس[2] ۲۰۱۲، لاندو[3] و لیفشیتز[4] ۲۰۱۳). در حقیقت، این گزاره در مورد اندازه‌گیری‌های تصویری نیز صادق است (به‌عنوان نمونه، گاهی اوقات پس از اندازه‌گیری تصویری، حالت مورد سنجش از بین می‌رود!)؛ اما در مجموع، اصل سوم یک قانون ساده و طبیعی را ارائه می‌دهد که در بیشتر موقعیت‌ها، صادق است و به‌طور گسترده به‌عنوان استاندارد پذیرفته شده است. در مقابل، برای POVMها چنین رویکرد ساده و متعارفی وجود ندارد.

لازم به ذکر است، از آنجایی که ایدآل حالت‌های خالص، عملگرهای واحد و اندازه‌گیری‌های تصویری، به‌ندرت می‌تواند به‌طور کامل در آزمایشگاه تحقق یابد بنابراین در کاربردهای واقعی به‌جای آنها (حالت‌های خالص، تبدیل‌های واحد و اندازه‌گیری‌های تصویری) بیشتر با حالت‌های مختلط، بازنمای‌های CPTP و POVM سروکار داریم (دی موینک[5] ۲۰۰۷).

در این نقطه مکث می‌کنیم تا رویکرد آموزشی استخراج وجود ماتریس‌های چگالی، بازنمایی‌های CPTP و POVMها را از چهار اصل مطرح شده در بخش ۲-۱ تقویت کنیم - رویکردی که به‌عنوان "مکتب فضای بزرگ هیلبرت" شناخته می‌شود (تیمپسون[6] ۲۰۰۸) — که البته کاملاً هم بی‌مناقشه نیست. همچنین طرف‌داران "مکتب فضای کوچک‌تر هیلبرت" وجود دارند که معتقدند ماتریس چگالی باید به‌عنوان هدف اساسی مکانیک کوانتومی در نظر گرفته شود و هیچ دلیلی ندارد که فرض کنیم سیستم‌های کوانتومی نمی‌توانند در حالت‌های مختلط باشند، بدون اینکه از حالت خالص بزرگ‌تر بوده یا از ترکیب احتمالاتی حالت‌های خالص مشتق شوند (دور[7] و همکاران ۲۰۰۵، الوری[8] و همکاران ۲۰۱۳، واینبرگ[9] ۲۰۱۴). در اینجا بیشتر در مورد این سؤال

[1] Chuang

[2] Paris

[3] Landau

[4] Lifshitz

[5] de Muynck

[6] Timpson

[7] Dürr

[8] Allori

[9] Weinberg

توضیح نمی‌دهیم، اما مشاهده می‌کنیم که انتخاب بین این دو مکتب ارتباط نزدیکی با سؤالات تفسیری موردبحث در فصل پنجم دارد.

۲-۲ مدل‌های مبتنی بر فلسفه هستی‌شناختی[1]

بخش بزرگی از حوزه اصول بنیادی کوانتومی به درک ماهیت واقعیتی که مکانیک کوانتومی از آن سرچشمه می‌گیرد، مربوط می‌شود. ازآنجایی‌که ما علاقه‌مند به یافتن راه‌های ریاضی برای پرداختن به سؤالات مفهومی هستیم، لازم است یک چارچوب ریاضی مناسب برای طرح سؤالات خود داشته باشیم و چارچوبی که بیشتر برای این منظور استفاده می‌شود، رویکرد مدل‌های هستی‌شناختی است. در شکل مدرن خود، این رویکرد برای اولین‌بار توسط راب اسپکنز[2] مطرح و توسعه یافت، اما ایده محرک برای فرمول‌بندی آن از مدتی قبل وجود داشته است؛ بنابراین برای حفظ انسجام مطالب، قضیه بل[3] را با استفاده از چارچوب مدل‌های هستی‌شناختی اثبات خواهیم کرد (به فصل ۳ مراجعه کنید)، هرچند که نتایج بل پیش از کارهای اسپکنز بوده و در ابتدا با روشی متفاوت ثابت شده بود. قضیه زمینه‌گرایی[4] اسپکنز در فصل چهارم و قضیه PBR[5] در فصل پنجم نیز با استفاده از همین مدل‌های هستی‌شناختی بیان خواهند شد، زیرا از ابتدا در آن چارچوب تجزیه‌وتحلیل شده‌اند.

ریشه رویکرد مدل‌های هستی‌شناختی بسیار ساده است: فرض می‌کنیم که هر سیستم کوانتومی دارای یک حالت زیربنایی واقعی است که به‌عنوان "وضعیت وجودی"[6] آن شناخته می‌شود. حالت وجودی براساس نحوه آماده‌سازی سیستم و هرگونه تبدیل بعدی که بر روی آن سیستم اعمال شده است تعیین می‌شود و زمانی که اندازه‌گیری‌ها روی سیستم انجام می‌شود، نتایج آن اندازه‌گیری‌ها می‌تواند تنها به حالت وجودی سیستم وابسته باشد. تقویت این مفهوم - فرض بر این است که حالت

---

[1] Ontology

[2] Rob Spekkens

[3] Bell

[4] Spekkens contextuality theorem

[5] قضیه PBR که به اختصار از نام‌های: متیو پوزی، جاناتان بارت و تری رودولف، نامگذاری شده است و اهمیت خاصی در تفسیر ماهیت حالت‌ها در مبانی کوانتومی دارد

[6] Ontic state

وجودی ربطی به حالت کوانتومی ندارد و ممکن است تمام اطلاعات مشابه حالت کوانتومی، یا اطلاعات کمتر یا بیشتر را داشته باشد - مهم است. البته رویکرد مدل‌های هستی‌شناختی به‌اندازه‌ای کلی است که می‌توان مدل‌های هستی‌شناختی نظریه‌ها را طوری ساخت که اصلاً شبیه مکانیک کوانتومی نبوده و ممکن است حتی مفهوم "حالت" را هم به چالش بکشند.

از نظر ریاضی، این ایده‌ها به شرح زیر نشان داده می‌شوند. برای یک سیستم معین، فرض می‌کنیم که یک فضای Λ از حالت‌های وجودی ممکن (λ) وجود دارد. به هر روش آماده‌سازی P که می‌تواند روی سیستم انجام شود، یک توزیع احتمال P_p را روی حالت‌های وجودی اختصاص می‌دهیم، به‌طوری که $P_p(\lambda)$ این احتمال را می‌دهد که وقتی رویه P را انجام می‌دهیم، سیستم در حالت وجودی λ قرار می‌گیرد؛ به هر تبدیل T که می‌تواند به سیستم اعمال شود، یک ماتریس ستونی تصادفی T[1] اختصاص می‌دهیم که توضیح می‌دهد چگونه توزیع روی حالت‌های وجودی تحت‌تأثیر این تبدیل قرار می‌گیرد؛ به هر اندازه‌گیری M که می‌تواند بر روی سیستم انجام شود و هر نتیجه ممکن O از آن اندازه‌گیری، یک تابع پاسخ ξ_{MO} را به‌گونه‌ای اختصاص می‌دهیم که $\xi_{MO}(\lambda)$ این احتمال را می‌دهد که نتیجه O زمانی رخ خواهد داد که اندازه‌گیری M بر روی سیستمی که در حالت وجودی λ است، انجام دهیم.

اکنون فرض کنید که هدف این است که مدل هستی‌شناختی قادر به بازتولید نتایج تجربی نظریه کوانتومی باشد. این فرض محدودیت‌هایی را بر فضای حالت‌های وجودی Λ، توزیع‌های P_p، تبدیل‌های T و توابع پاسخ ξ_{MO}، تحمیل می‌کند. به‌عنوان‌مثال، فرض کنید یک روش آماده‌سازی P را انجام می‌دهیم که طبق مکانیک کوانتومی، حالت کوانتومی $|\psi\rangle$ را آماده می‌کند؛ سپس اندازه‌گیری M با نتایج M_1 و M_2 را انجام داده که طبق مکانیک کوانتومی با $\mathrm{POVM}\{O_1,O_2\}$ نشان داده می‌شود: مکانیک کوانتومی به ما می‌گوید که احتمال به‌دست آوردن نتیجه M_1 برابر با $Tr(O_1|\psi\rangle\langle\psi|)$ است که از رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$\sum_{\lambda} P_p(\lambda)\xi_{M,M_1}(\lambda) = Tr(O_1|\psi\rangle\langle\psi|)$$

و اگر مجموعه حالات وجودی نامتناهی باشد، مجموع به یک انتگرال تبدیل می‌شود:

[1] ماتریس ستون- تصادفی ماتریسی تک ستونی است که آرایه‌های آن فقط مقادیر واقعی غیر منفی هستند.

$$\int P_p(\lambda)\xi_{M,M_1}(\lambda) = Tr(O_1|\psi\rangle\langle\psi|)$$

واضح است که تحمیل این الزام برای همه آماده‌سازی‌ها و اندازه‌گیری‌های مکانیکی کوانتومی ممکن، محدودیت‌های بسیار قوی بر روی یک مدل هستی‌شناختی ایجاد می کند و بسیاری از پیشرفت‌های بنیادهای کوانتومی طی ۵۰ سال گذشته اساساً به دنبال عواقب این محدودیت‌ها و تلاش برای درک این نکته بوده است که یک مدل هستی‌شناختی برای بازتولید مکانیک کوانتومی باید چه ویژگی‌هایی داشته باشد. ایده اصلی این است که این مدل به درک بهتری از اینکه واقعیت مکانیک کوانتومی باید چگونه باشد تا نتایج تجربی مشاهده شده را به دست آوریم، منجر شود.

یک سؤال مهم در مورد رویکرد مدل‌های هستی‌شناختی این است که دقیقاً یک حالت هستی‌شناختی باید به چه چیزی نسبت داده شود. گفتیم که به هر سیستمی باید یک حالت وجودی اختصاص داده شود، اما "سیستم" در این چارچوب چیست؟ به‌عنوان‌مثال، اگر ما یک آماده‌سازی مشترک را روی دو سیستم کوانتومی انجام دهیم و سپس آنها را از هم جدا کنیم؛ آیا باید به هر یک از ذرات، حالت‌های وجودی جداگانه اختصاص دهیم یا به هر دو ذره یک حالت مشترک یکسان؟ در فصل سوم خواهیم دید که دلایل خوبی برای استفاده از یک حالت مشترک در حداقل برخی از این موارد وجود دارد، اما قبل از شروع کار تجزیه‌وتحلیل مکانیک کوانتومی، این واضح نیست. بنابراین، واضح است که رویکرد مدل‌های هستی‌شناختی دارای ابهام خاصی است، اما این در واقع یک ویژگی است، نه یک اشکال: کل ایده این است که چارچوبی به‌اندازه کافی کلی داشته باشیم که بسیاری از فرضیه‌های مختلف را در مورد اینکه واقعیت نهفته در مکانیک کوانتومی ممکن است شبیه به کدام شکل و فرم است را در خود دربربگیرد و برای دستیابی به این نتیجه، نباید خود را بیش از حد در چارچوب‌های مشخصی درگیر کنیم.

این را باید مورد توجه قرار داد که می‌توان از ساختار مدل‌های هستی‌شناختی استفاده کرد بدون اینکه لزوماً آن را به‌عنوان تلاشی برای بازنمایی واقعیت تفسیر کرد — در واقع، خود اسپکنز ترجیح می‌دهد آن را به‌عنوان یک طرح‌واره طبقه‌بندی در نظر بگیرد که ما را قادر می سازد تا تعاریف دقیق ریاضی را برای مفاهیمی مانند زمینه‌سازی ارائه دهیم (به فصل چهارم مراجعه کنید). با این وجود، به نظر می‌رسد که در مبانی کوانتومی، این فرمول‌بندی یا چیزی نزدیک به آن، اغلب به‌عنوان توصیفی از واقعیت و شاید تنها راه ممکن برای توصیف واقعیت در نظر گرفته می‌شود - برای مثال در مقاله لیفر[۱]و پوزی[۲](۲۰۱۷)، ادعا می‌شود که

[۱]Leifer

[۲]Pusey

هر مدلی که در آن همبستگی‌ها با استفاده از حالت‌های وجودی توضیح داده نمی‌شود، واقعاً نباید به‌عنوان یک مدل واقع‌گرایانه در نظر گرفته شود. در واقع خواهیم دید که واقعیت مندرج در فرمول بندی مدل‌های هستی شناختی، در مبانی کوانتومی آنقدر همه جا حاضر است که بیشتر نتایج مهم فقط در این راستا معنا پیدا می‌کند.

۲-۳ نظریه میدان کوانتمی

ازآنجاکه ذرات در آزمایش‌های پراکندگی اغلب تقریباً به‌سرعت نور شتاب می‌گیرند، نمی‌توان از اثرات نسبیتی در توصیف آزمایش‌های پراکندگی غفلت کرد و بنابراین برای انجام دقیق فیزیک ذرات، لازم است تنظیماتی در مکانیک کوانتومی استاندارد انجام شود. یک فرمول نسبیتی از مکانیک کوانتومی وجود دارد که در آن معادله شرودینگر با معادلات کلاین-گوردون[۱] و دیراک[۲] جایگزین شده است. اما معلوم می‌شود که این فرمول‌بندی برای مطالعه فیزیک ذرات کافی نیست، زیرا هم مکانیک کوانتومی غیر نسبیتی و هم مکانیک کوانتومی نسبیتی فقط برای سناریوهایی تعریف می‌شوند که می‌توانند با تعداد محدود و ثابتی از درجات آزادی توصیف شوند؛ درحالی‌که در فیزیک ذرات لازم است میدان‌هایی با تعداد بی‌نهایت درجه آزادی و بی‌شمار فرایندهای پراکندگی توصیف شود که در آنها ممکن است ذرات تولید یا از بین بروند؛ بنابراین، به‌منظور اعمال مکانیک کوانتومی در این قلمرو، لازم است تا تئوری با تعداد بی‌نهایت درجه آزادی، بسط داده شود. این بسط که به‌عنوان نظریه میدان کوانتومی شناخته شده است، به ما این امکان را می‌دهد که تقریباً تمام ویژگی‌های فیزیک ذرات بنیادی را با موفقیت مدل‌سازی کنیم - گرانش به‌تنهایی، در میان نیروهای بنیادی، هنوز در برابر تغییر ماهیت در این ساختار مقاومت می‌کند (پسکین[۳] و شرودر[۴] ۱۹۹۵، لنکستر[۵] و بلوندل[۶] ۲۰۱۴). در این مقطع ممکن است بپرسیم که چرا درحالی‌که مکانیک کوانتومی قبلاً توسط یک نظریه پیشرفته‌تر جایگزین شده است، کسی بخواهد در مطالعه مبانی مکانیک کوانتومی اصرار داشته باشد. اولین پاسخ این است که نظریه میدان کوانتومی اساساً نتیجه اعمال مکانیک کوانتومی در یک حوزه جدید و پیگیری پیامدهای متنوع و گاه غیرمنتظره است؛ بنابراین اصول زیربنایی نظریه میدان کوانتومی

---

[۱] Klein-Gordon

[۲] Dirac

[۳] Peskin

[۴] Schroeder

[۵] Lancaster

[۶] Blundell

بسیار نزدیک به اصول اساسی مکانیک کوانتومی است و ممکن است انتظار داشته باشیم که بیشتر مسائل مفهومی جالبی که در نظریه میدان کوانتومی به وجود می‌آیند، قبلاً در مکانیک کوانتومی ظاهر شوند. علاوه بر این، نظریه میدان کوانتومی دارای پیچیدگی‌های ریاضی زیادی است که در مکانیک کوانتومی استاندارد وجود ندارد و در واقع هنوز یک نظریه منسجم و کامل نیست که پاسخگویی و حتی طرح سؤالات اساسی را بسیار دشوارتر می‌کند (کوهلمن[۱] ۲۰۱۸). بااین‌حال، مهم است که از نظریه نسبیتی آگاه باشیم و در نظر داشته باشیم که هر نتیجه‌ای که ممکن است از مطالعه پایه‌های اصلی کوانتومی بگیریم باید در نهایت در یک زمینه نسبیتی درک شود. در جریان این کتاب، خواهیم دید که برخی از سنگ بناهای این حوزه در واقع زمانی که در این پرتو در نظر گرفته می‌شوند، اهمیت کاملاً متفاوتی دارند.

[۱] Kuhlmann